J'applique

Comment tracer un vecteur de Fresnel connaissant le signal ?

Tracer $\overline{OM}$, le vecteur de Fresnel associé au signal $u(t) = 3\sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$.

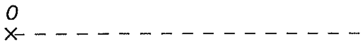
On prendra 1 cm pour 1 V.

Aide
π rad est équivalent à 180°.
$\frac{\pi}{3}$ rad = 60°

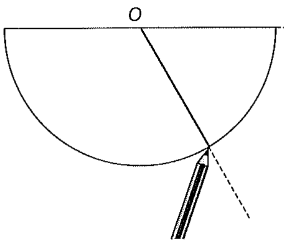
Le vecteur $\overline{OM}$ est défini par :

- une norme $\left\|\overline{OM}\right\| = 3$
- un angle $\left(\vec{i}, \overline{OM}\right) = -\frac{\pi}{3}$.

– On place un point O, et on trace un axe horizontal.

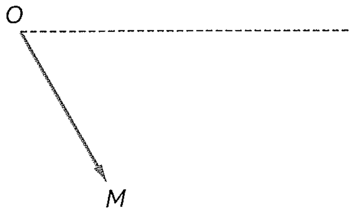


– On trace un angle de 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.



Aide
Le sens positif c'est le sens inverse du déplacement des aiguilles d'une montre.

– On place M à 3 cm du point O et on trace $\overline{OM}$.



7 Pour chaque situation, tracer $\overline{OM}$ le vecteur de Fresnel associé au signal.

a) $u(t) = 4\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$
avec 1 cm $\triangleq$ 1 V

b) $u(t) = 2,5\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$
avec 1 cm $\triangleq$ 1 V

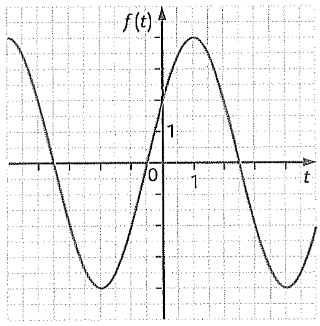
c) $u(t) = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,5)$
avec 1 cm $\triangleq$ 100 V

d) $u(t) = 380\sin(100\pi t - 0,71)$
avec 1 cm $\triangleq$ 100 V

e) $u(t) = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t)$
avec 1 cm $\triangleq$ 100 V

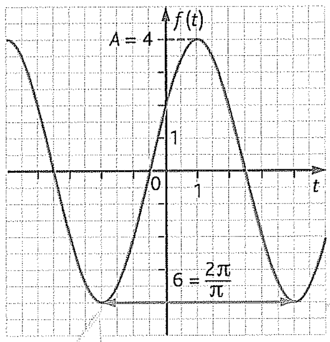
Comment déterminer l'expression d'une fonction $f : t \mapsto A\sin(\omega t + \varphi)$ à partir de sa représentation graphique ?

Soit la représentation graphique ci-dessous :



a) À quel type de fonction peut-on associer cette représentation graphique ?
b) Déterminer graphiquement l'expression de la fonction f associée à ce signal.

a) Cette représentation graphique peut être associée à $f : t \mapsto A\sin(\omega t + \varphi)$.
b) Détermination de A :
A correspond au maximum de la fonction. On lit graphiquement : $A = 4$.
Détermination de ω :
On lit graphiquement la valeur de la période, soit 6.
On en déduit que $\omega = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3}$.
Détermination de φ.
La représentation graphique coupe l'axe des ordonnées au point (0 ; 2) avec $A\sin\varphi = 2$
$4\sin\varphi = 2$, $\sin\varphi = 0,5$ c'est-à-dire $\varphi = \frac{\pi}{6}$.



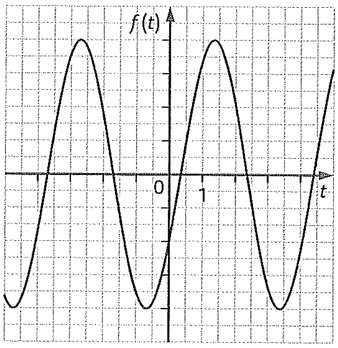
Aide La représentation passe par un minimum qui est $-A$.

Aide La période correspond à l'intrervalle entre deux points identiques de la courbe.

On obtient $f : t \mapsto 4\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$.

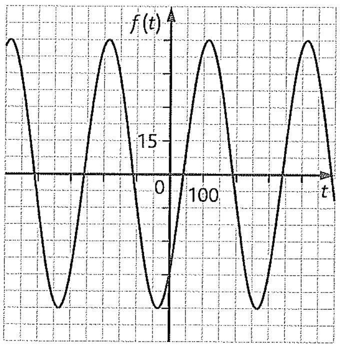
J'applique

10 Soit la représentation graphique ci-dessous.



a) À quel type de fonction peut-on associer cette représentation graphique ?
b) Déterminer graphiquement l'expression de la fonction f associée à ce signal.

11 Soit la représentation graphique ci-dessous.

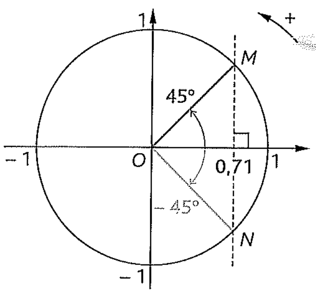


a) À quel type de fonction peut-on associer cette représentation graphique ?
b) Déterminer graphiquement l'expression de la fonction f associée à ce signal.

Comment résoudre une équation $\cos x = a$ en utilisant le cercle trigonométrique ?

À l'aide d'un cercle trigonométrique résoudre l'équation $\cos x = 0{,}71$ sur $[-2\pi ; 2\pi]$.

Dans un cercle trigonométrique, on place le nombre 0,71 sur l'axe des abscisses. La perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par le point (0,71 ; 0) coupe le cercle en deux points M et N.



Aide L'axe des abscisses est un axe de symétrie pour les solutions α et $-\alpha$.

On trace les segments $[OM]$ et $[ON]$.
Les solutions de l'équation $\cos x = 0{,}71$ sont 45° et $-45°$.

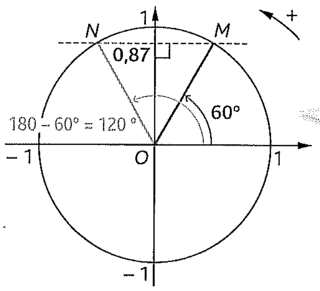
12 À l'aide d'un cercle trigonométrique résoudre, sur $[-2\pi ; 2\pi]$, les équations $\sin x = a$ avec :

a) $a = 0{,}5$ b) $a = 0{,}87$ c) $a = -0{,}5$
d) $a = -0{,}3$ e) $a = 0{,}6$ f) $a = -0{,}71$.

Comment résoudre une équation $\sin x = b$ en utilisant le cercle trigonométrique ?

À l'aide d'un cercle trigonométrique résoudre l'équation $\sin x = 0{,}87$ sur $[-2\pi ; 2\pi]$.

Dans un cercle trigonométrique, on place le nombre 0,87 sur l'axe des ordonnées. La perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par le point (0 ; 0,87) coupe le cercle en deux points M et N.



Aide L'axe des ordonnées est un axe de symétrie pour les solutions α et $\pi - \alpha$.

On trace les segments $[OM]$ et $[ON]$.
Les solutions de l'équation $\sin x = 0{,}87$ sont 60° et 120°.

13 À l'aide d'un cercle trigonométrique, résoudre, sur $[-2\pi ; 2\pi]$, les équations $\cos x = b$ avec :

a) $b = 0{,}5$ b) $b = 0{,}71$ c) $b = -0{,}2$
d) $b = -0{,}71$ e) $b = -0{,}5$ f) $b = 0{,}4$.

Comment utiliser le cercle trigonométrique pour écrire les cosinus et les sinus de $-x$, $\pi + x$, $\pi - x$, $\frac{\pi}{2} - x$ connaissant $\cos x$ et $\sin x$?

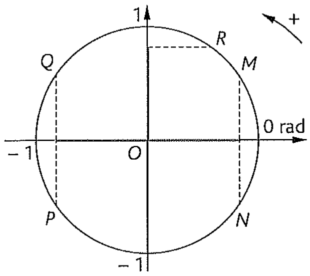
On donne $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$.
Écrire la valeur exacte de :

a) $\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right)$, b) $\cos\left(\pi + \frac{\pi}{5}\right)$,
c) $\cos\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right)$, d) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right)$.

J'applique

On trace un cercle trigonométrique sur lequel on place les points M, N, P, Q et R images respectives des réels $\frac{\pi}{5}$, $-\frac{\pi}{5}$, $\pi+\frac{\pi}{5}$, $\pi-\frac{\pi}{5}$, $\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{5}$.

Remarque : $\frac{\pi}{5}$ correspond à 36°.



Par lecture graphique, on déduit :

a) $\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right) = \cos\frac{\pi}{5}$

b) $\cos\left(\pi+\frac{\pi}{5}\right) = -\cos\frac{\pi}{5}$

c) $\cos\left(\pi-\frac{\pi}{5}\right) = -\cos\frac{\pi}{5}$

d) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{5}\right) = \cos\frac{\pi}{5}$

14 On donne $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

Écrire la valeur exacte de :

a) $\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)$, b) $\cos\left(\pi+\frac{\pi}{12}\right)$,

c) $\cos\left(\pi-\frac{\pi}{12}\right)$, d) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{12}\right)$.

15 On donne $\sin\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Écrire la valeur exacte de :

a) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{5\pi}{4}\right)$, b) $\sin\left(\pi-\frac{5\pi}{4}\right)$,

c) $\sin\left(\pi+\frac{5\pi}{4}\right)$, d) $\sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$.

16 On donne $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Écrire la valeur exacte de :

a) $\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$, b) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$,

c) $\cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)$, d) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)$.

17 On donne $\cos\frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Écrire la valeur exacte de :

a) $\sin\left(\pi-\frac{\pi}{10}\right)$, b) $\sin\left(\pi+\frac{\pi}{10}\right)$,

c) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{10}\right)$, d) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{10}\right)$.

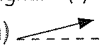
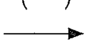
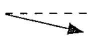
Bilan — Je me teste

Choisir la(les) bonne(s) réponse(s) aux questions suivantes :

1 Quelle est la norme du vecteur de Fresnel associé au signal $u(t) = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,67)$?

a) $-0,67$ b) $220\sqrt{2}$ c) 100π.

2 Quel est l'aspect du vecteur de Fresnel associé au signal $u(t) = 30\sin(25t)$?

a)  b)  c) 

3 Si $\cos x = 0,123$ alors $\cos(\pi + x)$ est égal à :

a) 0,123 b) $-0,123$ c) 3,264.

4 Dans un cercle trigonométrique, M est le point image du réel x et N le point image du réel $\pi - x$. Le point N est le symétrique de M par une symétrie axiale d'axe la droite :

a) des abscisses b) des ordonnées c) d'équation $y = x$.

5 Pour obtenir la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \sin x$ à partir de la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto \cos x$ on utilise la relation :

a) $\cos x = \sin x$ b) $\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

c) $\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.