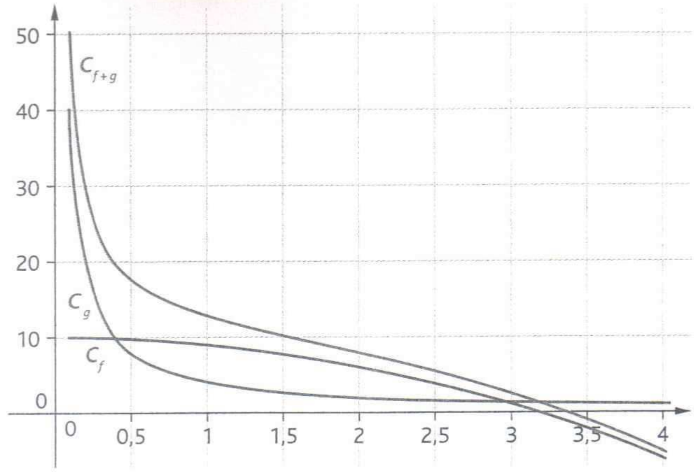
Soit les fonctions f, g et h définies pour tout x appartenant à l'intervalle [0,1 ; 4] par :

$$f : x \mapsto -x^2 + 10 \quad g : x \mapsto \frac{4}{x} \quad h : x \mapsto x^3$$

Les fonctions f et g sont décroissantes sur [0,1 ; 4].

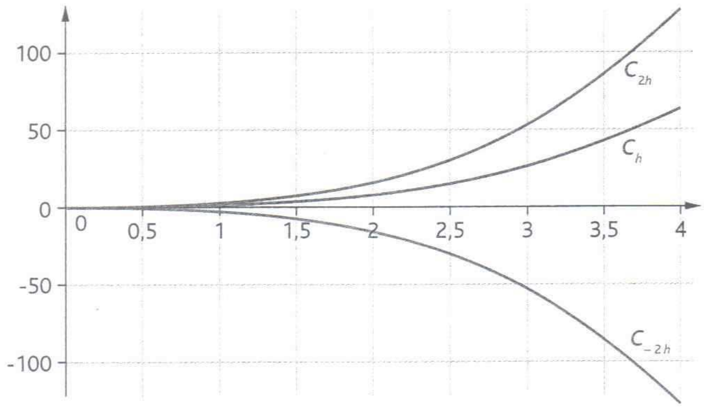
La fonction $f + g$ est décroissante sur cet intervalle.



La fonction h est croissante sur [0,1 ; 4].

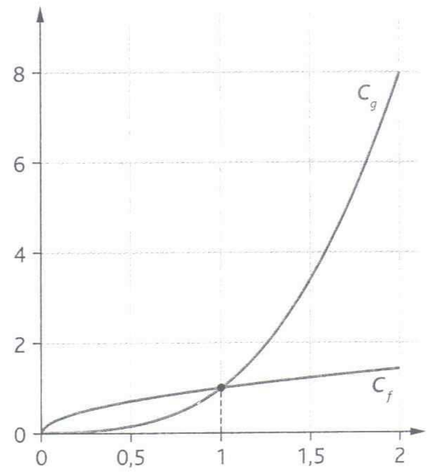
La fonction $2\,h$ est croissante sur [0,1 ; 4].

La fonction $-2\,h$ est décroissante sur [0,1 ; 4].



Soit les fonctions f et g définies sur [0 ; 2] par :

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad g(x) = x^3$$



Les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ appartiennent à l'intervalle [0 ; 1] car elles sont les valeurs des abscisses des points de la courbe représentative de f situés au-dessus ou sur la courbe représentative de g.

À L'ORAL Je vérifie mes acquis

1 Représenter une fonction de référence

Trois fonctions f, g, et h sont exprimées, ci-dessous, sous trois modes de représentations : expression algébrique, tableau de valeurs et représentation graphique.

A	x	0,1	1	2	3	4
	$f(x)$	0,316	1	1,414	1,732	2

B	x	0,1	1	2	3	4
	$g(x)$	0,001	1	8	27	64

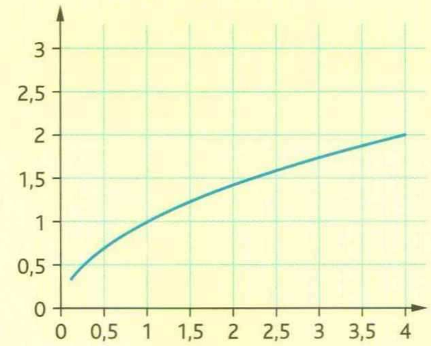
C	x	0,1	1	2	3	4
	$h(x)$	10	1	0,5	$\frac{1}{3}$	0,25

$D : x \mapsto x^3$ pour tout x de $[0,1 ; 4]$

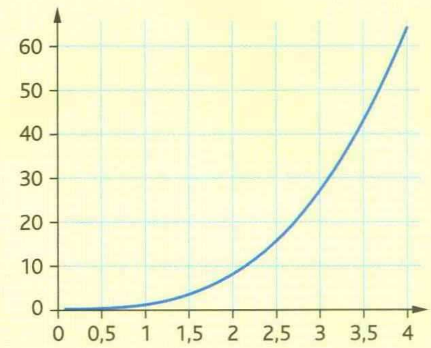
$E : x \mapsto \sqrt{x}$ pour tout x de $[0,1 ; 4]$

$F : x \mapsto \frac{1}{x}$ pour tout x de $[0,1 ; 4]$

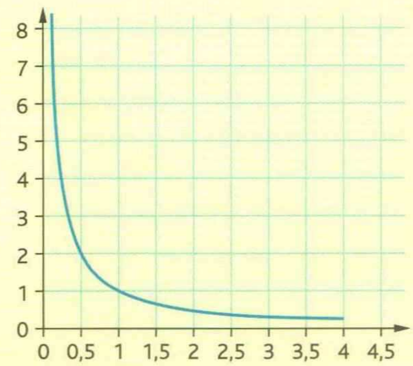
G



H



I



À l'aide des informations ci-dessus, compléter le tableau suivant :

Fonction	f	g	h
Expression			
Tableau de valeurs	A	B	C
Représentation graphique			

2 Reconnaître et étudier une fonction kf

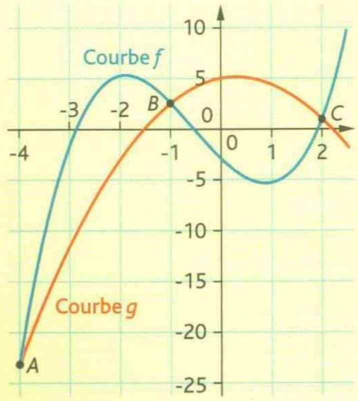
Les fonctions f, g, h et l sont définies sur $[0,1 ; 4]$ par $f(x) = x^2$; $g(x) = \sqrt{x}$; $h(x) = \frac{1}{x}$ et $l(x) = x^3$.
Les fonctions $k_1 f$, $k_2 g$, $k_3 h$ et $k_4 l$ sont représentées ci-dessous :

a) Indiquer les valeurs de k_1, k_2, k_3 et k_4.

b) Donner les variations des quatre fonctions sur l'intervalle $[0,1 ; 4]$.

3 Repérer la position d'une courbe par rapport à une autre

Deux fonctions f et g sont représentées ci-dessous sur l'intervalle $[-4 ; 2,5]$.



a) Déterminer graphiquement les abscisses des points de la courbe g se situant strictement au-dessus de la courbe f.

b) Déterminer graphiquement les abscisses des points de la courbe f se situant au-dessus ou sur la courbe g.

c) Déduire des questions précédentes, les solutions des inéquations $f(x) > g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) \geqslant g(x)$ et $f(x) \leqslant g(x)$.

Comment déterminer les variations de fonctions de la forme kf ?

On considère la fonction $f : x \mapsto x^3$ définie sur $[-4 ; 4]$.

a) Déterminer les variations des fonctions $2f$ et $-0{,}5f$ sur $[-4 ; 4]$.

b) Vérifier les résultats précédents en traçant les représentations graphiques des fonctions $2f$ et $-0{,}5f$ à partir de celle de f.

a) On connaît les variations de la fonction f :

x	-4	4
$f(x)$	-64 ↗	64

■ Cas de la fonction $2f$

On reconnaît une forme kf avec $k = 2$, positif. On en déduit :

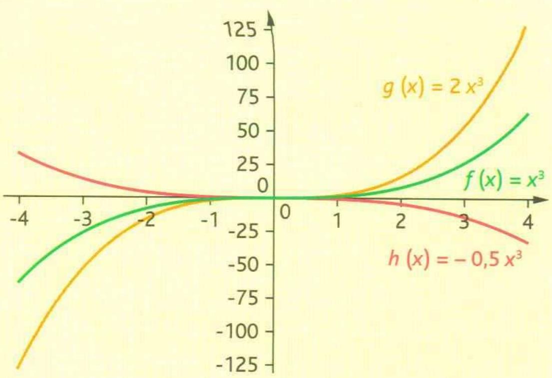
x	-4	4
$2f(x)$	-128 ↗	128

■ Cas de la fonction $-0{,}5f$

On reconnaît une forme kf avec $k = -0{,}5$, négatif. On en déduit :

x	-4	4
$-0{,}5f(x)$	32 ↘	-32

b) À l'aide d'un logiciel grapheur, on obtient les représentations graphiques suivantes :



Aide Avec le logiciel GeoGebra, pour limiter le tracé des courbes à l'intervalle [-4 ; 4], on doit saisir les instructions suivantes :
fonction[x^3,– 4,4]
fonction[2f(x),– 4,4]
fonction[–0,5f(x),– 4,4]

4 On considère la fonction $f : x \mapsto x^2$ définie sur $[-5 ; 5]$.

a) Déterminer les variations des fonctions $4f$ et $-3f$.

b) Vérifier les résultats précédents en représentant graphiquement les fonctions $4f$ et $-3f$ à partir de celle de f.

5 On considère la fonction $f : x \mapsto x^3$ définie sur $[-10 ; 10]$.

a) Déterminer les variations de la fonction $-\frac{f}{2}$.

b) Vérifier les résultats précédents en représentant graphiquement la fonction $-\frac{f}{2}$ à partir de celle de f.

6 On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ définie sur $[-5 ; -0{,}5]$.

a) Peut-on affirmer que la fonction $3f$ est croissante sur l'intervalle $[-5 ; -0{,}5]$? Justifier la réponse.

b) Peut-on affirmer que la fonction $-f$ est croissante sur l'intervalle $[-5 ; -0{,}5]$? Justifier la réponse.

Comment déterminer les variations de fonctions de la forme $f + g$?

On considère les fonctions

$$f : x \mapsto x^2 \quad \text{et} \quad g : x \mapsto 0{,}5x^3$$

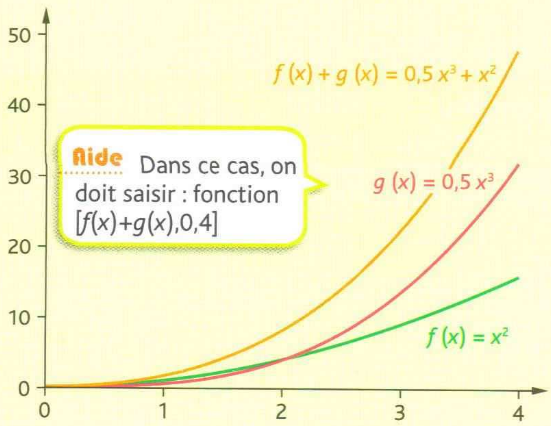
définies sur $[0 ; 4]$.

a) Déterminer les variations de la fonction $f + g$ sur $[0 ; 4]$.

b) Vérifier les résultats précédents en traçant la représentation graphique de la fonction $f + g$ à partir de celles de f et de g.

a) On sait que les fonctions f et g sont croissantes sur $[0 ; 4]$. On en déduit que la fonction $f + g$ est aussi croissante sur $[0 ; 4]$.

b) Les représentations graphiques des fonctions f, g et $f + g$ sont :



Aide Dans ce cas, on doit saisir : fonction [f(x)+g(x),0,4]

J'applique

7 On considère les fonctions

$$f : x \mapsto 0{,}5x^3 \quad \text{et} \quad g : x \mapsto -2x^2$$

définies sur l'intervalle $[-4 ; 0]$.

a) Déterminer les variations de la fonction $f + g$ sur $[-4 ; 0]$.

b) Vérifier les résultats précédents en traçant la représentation graphique de la fonction $f + g$ à partir de celles de f et de g.

8 On considère les fonctions

$$f : x \mapsto -\frac{2}{x} \quad \text{et} \quad g : x \mapsto 2x^2$$

définies sur l'intervalle $[0{,}1 ; 5]$.

a) Déterminer les variations de la fonction $f + g$ sur $[0{,}1 ; 5]$.

b) Vérifier les résultats précédents en traçant la représentation graphique de la fonction $f + g$ à partir de celles de f et de g.

9 On considère les fonctions

$$f : x \mapsto 3x^2 \quad \text{et} \quad g : x \mapsto 2x - 5$$

définies sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

a) Déterminer les variations de la fonction $f + g$ sur $[0 ; 5]$.

b) Vérifier les résultats précédents en traçant la représentation graphique de la fonction $f + g$ à partir de celles de f et de g.

10 On considère les fonctions

$$f : x \mapsto -x^3 \quad \text{et} \quad g : x \mapsto -25x + 10$$

définies sur l'intervalle $[-4 ; 4]$.

a) Déterminer les variations de la fonction $f + g$ sur $[-4 ; 4]$.

b) Vérifier les résultats précédents en traçant la représentation graphique de la fonction $f + g$ à partir de celles de f et de g.

11 On considère les fonctions

$$f : x \mapsto -\frac{5}{x} \quad \text{et} \quad g : x \mapsto x - 2$$

définies sur l'intervalle $[1 ; 10]$.

La fonction $f + g$ est-elle croissante ou décroissante sur l'intervalle $[1 ; 10]$? Justifier la réponse.

Comment résoudre graphiquement des inéquations ?

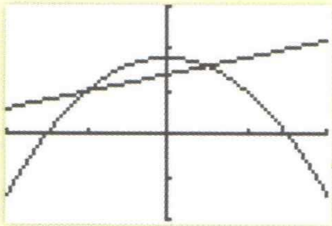
a) Représenter graphiquement les fonctions f et g définies sur $[-4 ; 4]$ par :

$$f : x \mapsto -x^2 + 9 \quad \text{et} \quad g : x \mapsto x + 7$$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$.

c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$.

a) Avec une calculatrice graphique, on obtient le graphique suivant :



Aide Paramétrage de la fenêtre :
Xmin : –4
Xmax : 4
Ymin : –10
Ymax : 15

b) On cherche la portion de la courbe C_f pour laquelle ses points se situent au-dessus de l'axe des abscisses.

On constate que la courbe C_f coupe l'axe des abscisses pour $x = -3$ et $x = 3$ et se situe au-dessus de cet axe pour x compris entre ces valeurs.

Les solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ sont les valeurs de l'intervalle $]-3 ; 3[$.

Aide Avec une TI-82.fr, il faut utiliser la fonction « **Zéro** » du menu « **Calculs** ».

Avec une Casio Graph35+, il faut utiliser la fonction « **X.cal**» du menu « **G-Solv** ».

c) On cherche la portion de la courbe C_f pour laquelle ses points se situent au-dessus de la courbe C_g.

On constate que les points d'intersection des courbes C_f et C_g ont pour abscisse :

$$x = -2 \quad \text{et} \quad x = 1$$

et que C_f se situe au-dessus de C_g pour x compris entre ces valeurs.

Les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ sont les valeurs de l'intervalle $[-2 ; 1]$.

Aide Avec une TI-82.fr, il faut utiliser la fonction « **Intersect**» du menu « **Calculs** ».

Avec une Casio Graph35+, il faut utiliser la fonction « **ISCT**» du menu « **G-Solv** ».

12 a) Représenter graphiquement les fonctions f et g définies sur $[-5 ; 8]$ par :

$$f : x \mapsto x^3 \quad \text{et} \quad g : x \mapsto 6x^2 + 17$$

b) À l'aide du graphique, résoudre sur l'intervalle $[-5 ; 8]$ les inéquations :

$$f(x) > 0 \quad \text{et} \quad g(x) > 0.$$

13 a) Représenter graphiquement les fonctions f et g définies sur $[-8 ; 8]$ par :

$$f : x \mapsto -0{,}5x^2 + 29 \quad \text{et} \quad g : x \mapsto x^3$$

b) À l'aide du graphique, résoudre sur $[-8 ; 8]$ l'inéquation $f(x) > 0$.

Remarque

Les valeurs des solutions de $f(x) = 0$ seront données à 10^{-2} près à l'aide de la calculatrice graphique.

J'applique

c) À l'aide du graphique, résoudre sur [–8 ; 8] l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$.

14 On a représenté ci-contre les fonctions f, g et h définies sur [–3,5 ; 3,5] par :

$$f : x \mapsto x^2 + 7x - 6,$$

$$g : x \mapsto x^3 + x^2$$

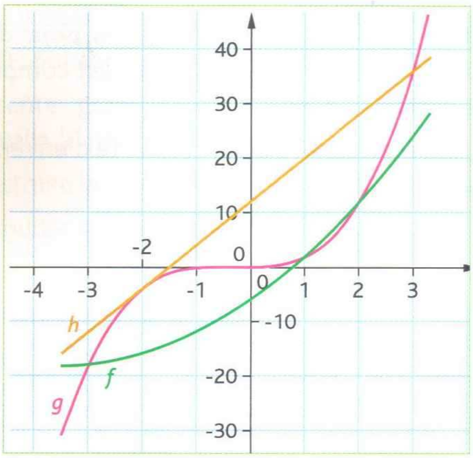
$$h : x \mapsto 8x + 12$$

Résoudre graphiquement sur [–3,5 ; 3,5] les inéquations suivantes :

a) $f(x) \geqslant g(x)$

b) $f(x) \geqslant h(x)$

c) $g(x) \geqslant h(x)$.

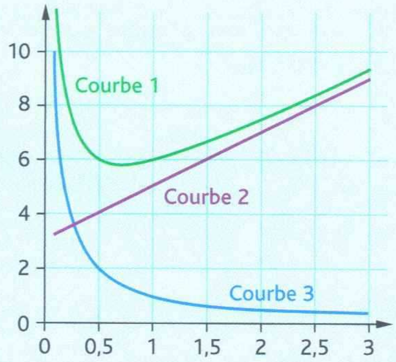


15 Pour quelles valeurs de x peut-on affirmer que : $\sqrt{x} \geqslant x^2$?

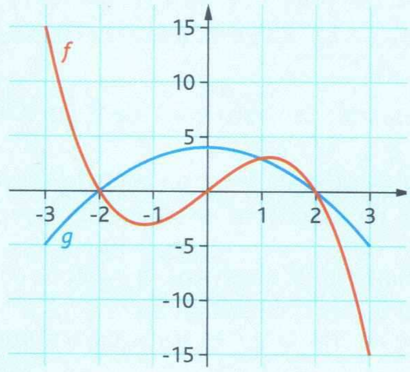
Bilan — Je me teste

Choisir la(les) bonne(s) réponse(s) aux questions suivantes :

Graphique 1 :



Graphique 2 :



	A	B	C
1 Parmi les représentations graphiques données dans le graphique 1, quelle est celle de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur [0,1 ; 5] ?	Courbe 1	Courbe 2	Courbe 3
2 Parmi les représentations graphiques données dans le graphique 1, quelle est celle de $f + g$ sur [0,1 ; 5] sachant que : $f : x \mapsto 2x + 3$ et $g : x \mapsto \frac{1}{x}$	Courbe 1	Courbe 2	Courbe 3
3 Soit deux fonctions f et g définies sur l'intervalle [0,1 ; 5] par : $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ et $g : x \mapsto -2x + 6$. Quelles sont les variations de la fonction $f + g$ sur [0,1 ; 5] ?	Croissante	Décroisssante	Constante
4 Déduire du graphique 2 quelles sont les solutions de l'inéquation $g(x) \geqslant f(x)$.	[– 2 ; 2]	[– 2 ; 1]	]1 ; 2[