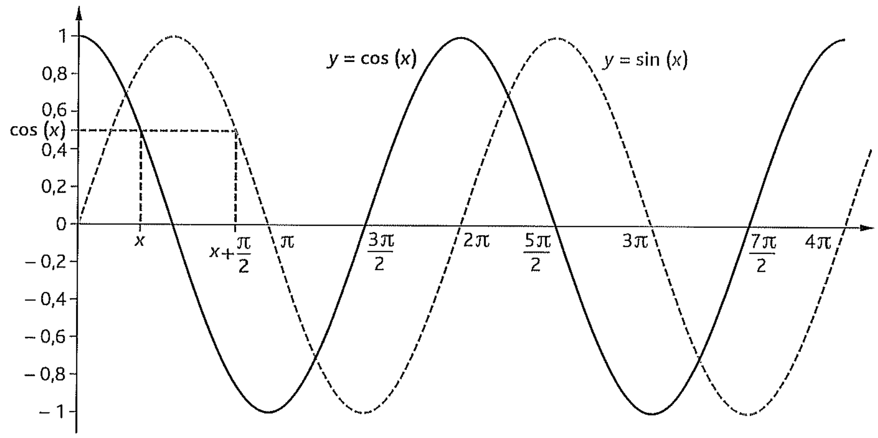
4 Fonction cosinus

La **fonction cosinus** est la fonction qui, à tout x réel, associe le nombre **cos** x.
Sa représentation graphique est une **sinusoïde**.
Sa courbe représentative peut s'obtenir à partir de la courbe représentative de la fonction $\sin x$ en utilisant la relation $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$:



Remarque :
La fonction cosinus est une fonction périodique de période 2π.
$\cos(x + 2\pi) = \cos x$.

5 Formules trigonométriques

$\cos(a + b) = \cos(a) \times \cos(b) - \sin(a) \times \sin(b)$
$\sin(a + b) = \sin(a) \times \cos(b) + \cos(a) \times \sin(b)$

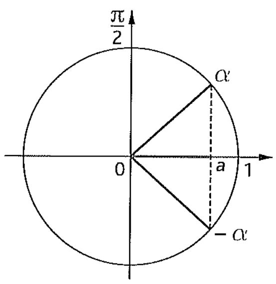
6 Équations trigonométriques

Pour tous réels a et b tel que $-1 \leqslant a \leqslant 1$ et $-1 \leqslant b \leqslant 1$:

L'équation $\cos x = a$ admet deux familles de solutions :

$$\begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = -\alpha + 2k\pi \end{cases}$$

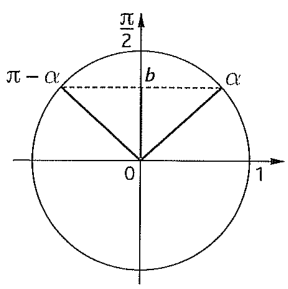
où k est un entier relatif.



L'équation $\sin x = b$ admet deux familles de solutions :

$$\begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = -\alpha + 2k\pi \end{cases}$$

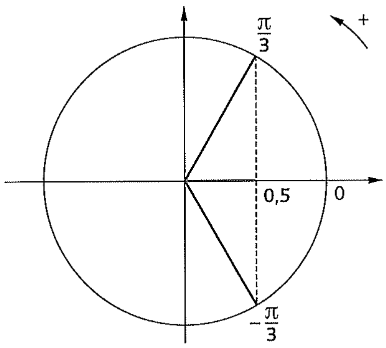
où k est un entier relatif.



$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\cos\left(\frac{3\pi}{12}+\frac{4\pi}{12}\right)$$
$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\times\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$
$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

$$\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)=\sin\left(\frac{8\pi}{12}+\frac{3\pi}{12}\right)$$
$$\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)=\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)=\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\times\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$
$$\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{-1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

Sur l'intervalle $[-3\pi\,;\,3\pi]$ résoudre l'équation $\cos x = 0{,}5$.



1[re] famille de solutions : $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$.

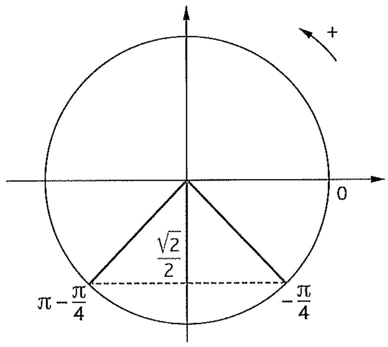
$x=-\frac{5\pi}{3}$ $(k=-1)$, $x=\frac{\pi}{3}$ $(k=0)$; $x=\frac{7\pi}{3}$ $(k=1)$

2[e] famille de solutions : $x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$.

$x=-\frac{7\pi}{3}$ $(k=-1)$, $x=-\frac{\pi}{3}$ $(k=0)$, $x=\frac{5\pi}{3}$ $(k=1)$.

Les solutions dans l'intervalle $[-3\pi\,;\,3\pi]$ sont : $-\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ et $\frac{7\pi}{3}$.

Sur l'intervalle $[-3\pi\,;\,3\pi]$ résoudre l'équation $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.



1[re] famille de solutions : $x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$.

$x=-\frac{9\pi}{4}$ $(k=-1)$, $x=-\frac{\pi}{4}$ $(k=0)$; $x=\frac{7\pi}{4}$ $(k=1)$

2[e] famille de solutions : $x=\pi+\frac{\pi}{4}+2k\pi=\frac{5\pi}{4}+2k\pi$.

$x=-\frac{3\pi}{4}$ $(k=-1)$, $x=\frac{5\pi}{4}$ $(k=0)$.

Les solutions dans l'intervalle $[-3\pi\,;\,3\pi]$ sont : $-\frac{9\pi}{4}$; $-\frac{3\pi}{4}$; $-\frac{\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$.