

Je m'entraîne

16) Placer sur un cercle trigonométrique le point M , image de x et le point N image du réel $\pi + x$ lorsque :

- a) $x = 0,9$ b) $x = 2$ c) $x = 5$
 d) $x = -3$ e) $x = -\pi$ f) $x = -\frac{\pi}{2}$.

17) Placer sur un cercle trigonométrique le point M , image de x et le point N image du réel $\frac{\pi}{2} - x$ lorsque :

- a) $x = 0$ b) $x = 5$ c) $x = -0,6$
 d) $x = -15$ e) $x = -0,785$ f) $x = 0,785$.

18) Sachant que $\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) = \frac{-1 - \sqrt{5}}{4}$, déterminer les cosinus et les sinus suivants sans utiliser de calculatrice.

- a) $\cos\left(-\frac{4\pi}{5}\right)$
 b) $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)$
 c) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$
 d) $\sin\left(\frac{13\pi}{10}\right)$.

19) Sachant que $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$, déterminer les cosinus et les sinus suivants sans utiliser de calculatrice.

- a) $\sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$
 b) $\sin\left(\frac{17\pi}{12}\right)$
 c) $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$
 d) $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

20) Sans utiliser de calculatrice, déterminer les valeurs exactes de :

- a) $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$
 b) $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

On donne :

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}, \quad \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

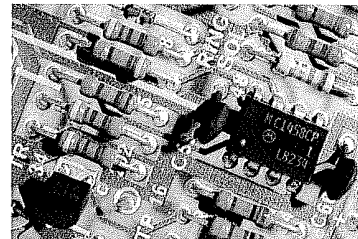
$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

21) Dans un circuit électronique, on applique une tension :

$$u(t) = 6 \sin(100\pi t).$$

L'intensité mesurée a pour expression :

$$i(t) = 0,045 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right).$$



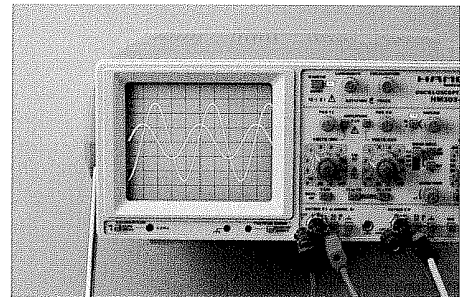
a) Faire la représentation des vecteurs de Fresnel de $u(t)$ et $i(t)$.

On prendra : $1 \text{ cm} \hat{=} 2 \text{ V}$ et $1 \text{ cm} \hat{=} 15 \text{ mA}$.

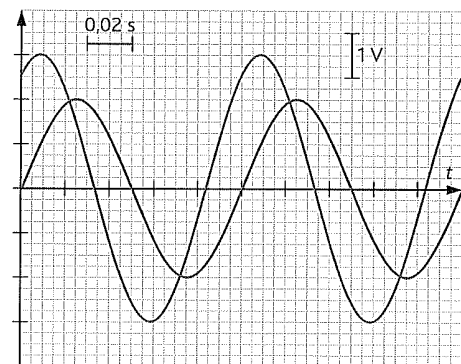
b) Déterminer à quel instant l'intensité sera identique la première fois à $22,5 \text{ mA}$.

On arrondira à $0,1 \text{ ms}$.

22) À l'aide d'un oscilloscope, les relevés de deux tensions ont été effectués.



On obtient l'écran suivant :

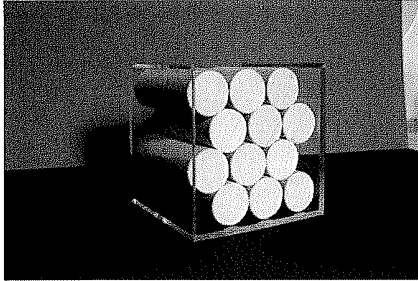


a) Déterminer graphiquement l'expression des deux fonctions. On précise que pour la tension en bleu, à $t = 0 \text{ s}$ la mesure est de $2,59 \text{ V}$.

b) Faire la représentation des vecteurs de Fresnel des deux tensions.

On prendra : $1 \text{ cm} \hat{=} 0,4 \text{ V}$.

25 On cherche à obtenir des tasseaux à base rectangulaire à partir de cylindres en bois de 1 dm de rayon.



a) Représenter sur une feuille la face circulaire du cylindre. On prendra comme échelle 1 dm $\hat{=}$ 4 cm.

b) On considère que cette face est un cercle trigonométrique.

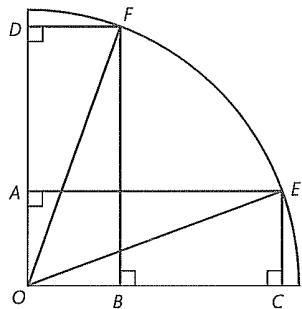
Placer le point M représentant du réel $\frac{\pi}{6}$.

c) Placer les points N, P et Q respectivement image des réels $\pi - \frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, \pi + \frac{\pi}{6}$.

d) Tracer le quadrilatère formé par ces quatre points. Le nommer.

e) Calculer le périmètre du quadrilatère obtenu au millimètre près.

26 Un architecte conçoit un dôme en verre pour un bâtiment. Le schéma suivant représente le profil de ce dôme.



Pour des contraintes de matériaux, une charpente métallique est construite.

On sait que $AE = BF$ et que $CE = DF$.

a) Quelle est la relation entre les angles \widehat{COE} et \widehat{COF} ?

b) On sait que $OC = 4,70$ m et $OE = 5$ m. Calculer EC à 0,01 près.

c) Quelles sont les mesures de AE, DF ?

27 a) Suivre le protocole suivant pour résoudre graphiquement, à 0,01 près et sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$, l'équation $\cos x = 0,3$.

■ Saisir la fonction $\cos x$ sur la ligne Y1 et 0,3 sur la ligne Y2.

■ Paramétrer la fenêtre comme ci-dessous :

$$X_{\min} = -\pi, X_{\max} = \pi, X_{\text{grad}} = \pi/6$$

$$Y_{\min} = -1, Y_{\max} = 1, Y_{\text{grad}} = 0,2.$$

■ Résoudre graphiquement l'équation à l'aide de la fonction intersection.

b) De la même manière, résoudre graphiquement les équations trigonométriques suivantes :

a) $\cos x = -0,75$ b) $\cos x = 0,1$

c) $\sin x = 0,25$ d) $\sin x = -0,71$.

28 On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = 380 \sin\left(100\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

modélisant un signal de la forme $A \sin(\omega t + \varphi)$.

a) Calculer la période T correspondante.

b) Paramétrer la fenêtre de la calculatrice comme indiqué ci-dessous :

$$X_{\min} = 0, X_{\max} = 2T, X_{\text{grad}} = T/10$$

$$Y_{\min} = -A, Y_{\max} = A, Y_{\text{grad}} = A/10$$

c) Représenter graphiquement la fonction f .

d) En raisonnant de la même manière, représenter graphiquement les deux fonctions ci-dessous :

$$g(x) = 110 \sin(50\pi x - 0,8)$$

$$h(x) = 12 \sin(2000\pi x + 0,5).$$

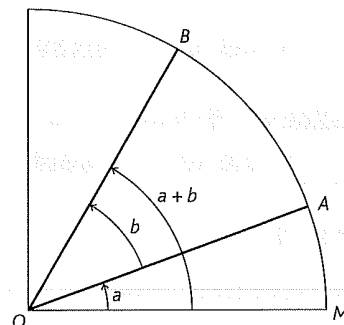
Défi

29 On cherche à retrouver les formules d'addition.

Dans le quart de cercle trigonométrique on a placé les points A et B tels que :

$$\widehat{MOA} = a,$$

$$\widehat{AOB} = b.$$



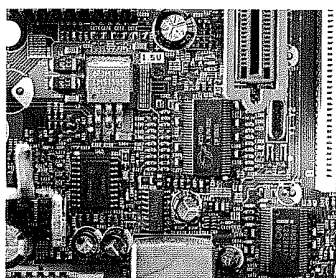
Retrouver, par une démonstration, les relations exprimant $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$ en fonction de $\cos a, \sin a, \cos b$ et $\sin b$.



Thématique associée « Mesurer le temps »

Compétences visées	Questions
Rechercher, extraire et organiser l'information	1
Choisir et exécuter une méthode de résolution	2 - 3 - 4 - 7
Raisonnement, argumenter, critiquer et valider un résultat	5
Produire, communiquer un résultat	5
Expérimenter, simuler, émettre des conjectures, contrôler leur vraisemblance	6

« Comment un système électronique génère-t-il des signaux différents ? »

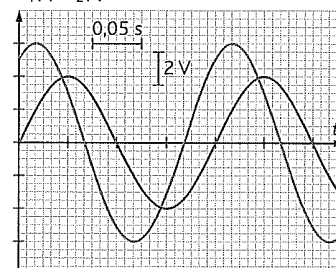


Lors de l'étude d'un circuit électronique, on observe des dipôles qui créent des déphasages par rapport au signal qu'ils reçoivent. Le but de cet exercice est d'étudier ces déphasages.

Première partie

Étude des oscillogrammes

On a reproduit ci-contre les deux oscillogrammes correspondant à la tension d'entrée $u_1(t)$ et la tension de sortie $u_2(t)$.



1. a) Quelle type de fonction modélise le mieux ces deux tensions ?
- b) Quelle grandeur est commune aux deux tensions ?
- c) Quelles sont les grandeurs qui diffèrent entre les deux tensions ?
- d) Quelles sont les amplitudes des deux tensions ?
2. Calculer la période des deux tensions.
3. Sachant qu'à $t = 0$ s, $u_2(t) = 6,93$ V, calculer le déphasage.

APPEL

Deuxième partie

Exploitation des oscillogrammes

Les expressions des tensions en fonction du temps sont : $u_1(t) = 5 \sin(10\pi t)$ et $u_2(t) = 8 \sin(10\pi t + \frac{\pi}{3})$.

4. Construire, sur le même graphique, les deux vecteurs de Fresnel associés aux deux tensions. On prendra $1 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ V}$.
5. Peut-on dire qu'une tension est en avance ou en retard sur l'autre ? Si oui laquelle ?
6. Dans le montage considéré, il est nécessaire de connaître le temps nécessaire au dispositif pour atteindre la première fois 4 V.

Les expressions des tensions en fonction du temps peuvent être associées à deux fonctions :

$$f: x \mapsto 5 \sin(10\pi x) \quad \text{et} \quad g: x \mapsto 8 \sin\left(10\pi x + \frac{\pi}{3}\right).$$

APPEL

- a) À l'aide de la calculatrice, représenter graphiquement les fonctions f et g .
Paramètres de la fenêtre : $X_{\min} = 0$; $X_{\max} = 1/3$; $X_{\text{grad}} = 0,05$; $Y_{\min} = -8$; $Y_{\max} = 8$; $Y_{\text{grad}} = 1$
- b) Résoudre graphiquement $g(x) = 4$ sur l'intervalle $[0; 0,1]$.
7. Résoudre sans calculatrice, $u_2(t) = 4$ sur l'intervalle $[0; 0,1]$. On donnera la valeur exacte sachant que $\frac{\pi}{6} \approx 0,523 598\dots$