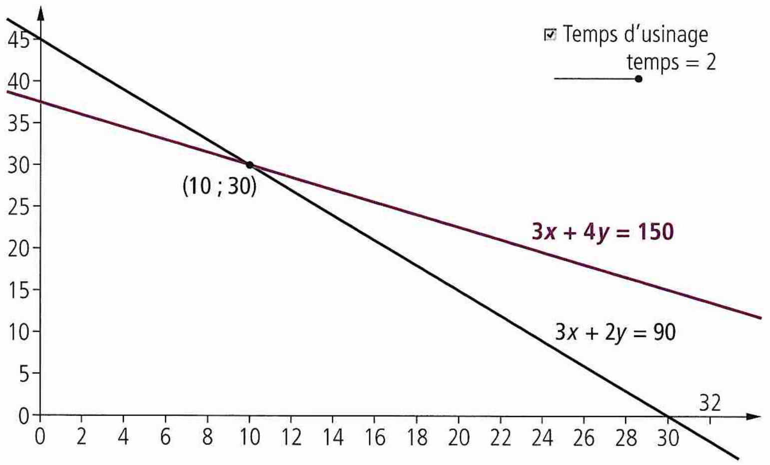
Deuxième partie Optimisation du temps d'usinage

Le chef d'équipe étudie la possibilité de baisser le temps d'usinage d'une pièce de modèle *B* pour augmenter la marge bénéficiaire.

5. Ouvrir le fichier **usinage.ggb**.
Les deux droites tracées correspondent au système d'équations établi dans la 1re partie.
Vérifier que l'équation de la droite noire est équivalente à celle correspondant au temps d'usinage.

APPEL

6. Cliquer sur la case « Temps d'usinage ».
Un curseur apparaît, permettant de modifier le temps d'usinage, en heure, d'une pièce du modèle *B*.



Agir sur le curseur et compléter le tableau suivant :

Temps d'usinage du modèle *B* (en heure et minutes)	Nombre de pièces fabriquées		Marge bénéficiaire totale (en euro)
	Modèle *A*	Modèle *B*	
2 heures	10	30	510

7. La marge bénéficiaire augmente-t-elle systématiquement quand le temps d'usinage de la pièce *B* diminue ? Justifier la réponse.

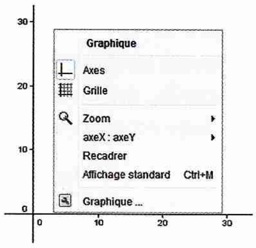
8. Choisir un temps d'usinage qui satisfasse à l'objectif fixé au chef d'équipe et aux contraintes d'utilisation des ateliers. Justifier le choix.

32 J'expérimente avec les TIC pour résoudre graphiquement un système d'équations.

On cherche à étudier le système $\begin{cases} 2x + y = 5 & (E_1) \\ ax + by = c & (E_2) \end{cases}$

où a, b et c sont des nombres qui peuvent varier entre -10 et 10.

a) Ouvrir le logiciel Geogebra et par un clic droit dans la zone de travail, faire apparaître le menu permettant de paramétrer celle-ci.
Sélectionner « Graphique ».
Dans la fenêtre qui s'ouvre, entrer les paramètres suivants :

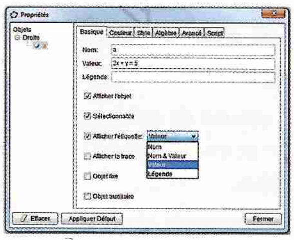


Axe X : Distance : 1
min : –10 max : 10
Axe Y : Distance : 1
min : –10 max : 10

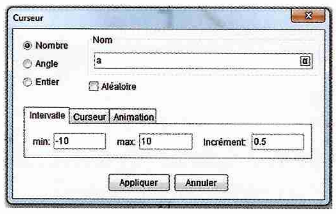
b) Taper la première équation ($2x + y = 5$) dans la zone de « saisie » en bas à gauche de l'écran pour tracer la droite lui correspondant.

Saisie : **2x+y=5**

Sélectionner la droite tracée par un double-clic pour lui donner les attributs suivants :
Basique : Afficher l'étiquette « Valeur »
Couleur : Choisir le rouge
Style : Porter l'épaisseur du trait à 3

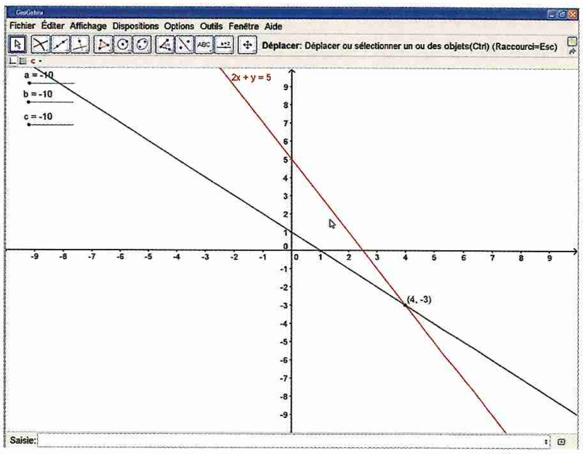


c) À l'aide de l'outil curseur (a=2), placer en haut à gauche de la zone de travail, trois curseurs a, b et c en respectant les paramètres suivants :
min : – 10
max : 10
incrément : 0,5



Cela signifie que la variable pourra prendre les valeurs $-10, -9{,}5, -9, -8{,}5$, etc.
Positionner les trois curseurs sur la valeur -10.

d) Taper la deuxième équation ($ax + by = c$) dans la zone de « saisie » pour tracer la seconde droite lui correspondant.
La colorier en vert, avec une épaisseur réglée à 3.



À l'aide de l'outil « Intersection entre deux objets » ( ), faire apparaître le point d'intersection des deux droites tracées.
À l'aide du bouton AA, faire apparaître les coordonnées du point.
À quoi ces coordonnées correspondent-elles ?

e) En agissant sur les curseurs, résoudre graphiquement les systèmes suivants :

$S_1 : \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -5x + 3y = 4 \end{cases}$

$S_2 : \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -4x + 8y = 10 \end{cases}$

$S_3 : \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -5x - 4{,}5y = -0{,}5 \end{cases}$

$S_4 : \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -3x + 2y = 4 \end{cases}$

f) Vérifier les solutions trouvées pour S_4. Que remarque-t-on ?

g) Résoudre par le calcul le système S_4.

h) Que peut-on conclure sur l'intérêt de la méthode graphique de résolution d'un système d'équations ?

Le foyer du lycée a obtenu d'une société de tourisme un tarif unique de 16 € par personne.

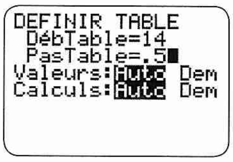
a) Quel sera le coût total de la visite en bus ?

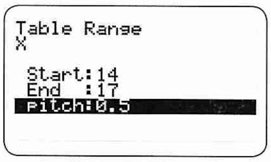
b) Il est décidé que les professeurs ne paieront pas le même prix que les élèves.
Traduire le problème par une équation à deux inconnues en désignant par x le prix à payer par un élève et y le prix à payer par un professeur.

c) Pour chercher tous les prix possibles, on va créer, à l'aide de la calculatrice, un tableau donnant les couples $(x\,;y)$ solutions de l'équation $48x + 4y = 832$.
Pour cela :
– vérifier que l'équation peut s'écrire sous la forme :

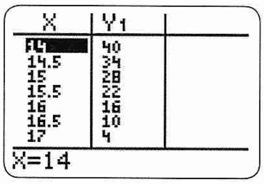
$$y = 208 - 12x\,;$$

– entrer cette formule dans la ligne Y1 (touche **f(x)** avec une Ti82 Stats.fr et Menu (TABLE) avec une Casio Graph 35+) ;
– paramétrer le tableau avec les valeurs suivantes (touche **2nde** **fenêtre** (déf table) avec une Ti82 Stats.fr et **F5** (RANG) avec une Casio Graph 35+) :





On doit obtenir le tableau suivant :



d) Interpréter la 7^e ligne du tableau. Ce couple solution peut-il être retenu dans le contexte du problème posé ?

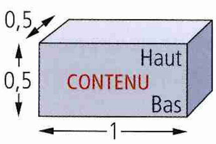
e) Jusqu'à quel prix « élèves », les professeurs payent-ils plus que les élèves ?

f) Proposer un prix « élèves » et un prix « professeur » qui paraissent convenables en expliquant pourquoi.

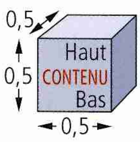
25

Pour ranger des archives, Jérôme doit empiler des cartons contre un mur de son garage. (Dimension : 5 m de long sur 2,5 m de haut.)

Les cartons sont de deux modèles :



Modèle 1



Modèle 2

(Les cotes sont exprimées en mètre.)

Pour empiler les cartons, Jérôme doit :
– tenir compte des indications « Haut » et Bas » ;
– placer la face « Contenu » sur le devant.

a) Combien de rangées de cartons peuvent-elles être empilées l'une sur l'autre pour couvrir le mur ?

b) Si Jérôme ne disposait que du modèle 1, combien de cartons pourrait-il empiler au maximum ?
Même question s'il ne disposait que du modèle 2.

c) Jérôme peut-il empiler 15 cartons de modèle 1 et 20 cartons de modèle 2 ? Pourquoi ?

d) Si on note x le nombre total de cartons de modèle 1 et y le nombre total de cartons de modèle 2, expliquer pourquoi x et y doivent vérifier l'équation : $x + 0{,}5y = 25$.

e) Jérôme a réussi à placer au total 32 cartons contre le mur.
Écrire le système d'équations traduisant la situation à l'aide des inconnues x et y précédemment définies.

f) Résoudre le système et en déduire le nombre de cartons de chaque modèle.

26 €

Émilie et Sonia, deux collègues, souhaitent partir en vacances ensemble une semaine dans un centre de vacances.

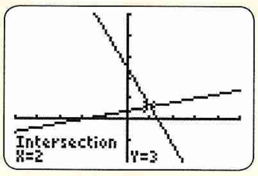
Par leur comité d'entreprise, elles peuvent bénéficier de tarifs préférentiels dans un domaine en Normandie.
Le tableau suivant résume les tarifs des locations encore disponibles.

Week-end (WE) du vendredi 15 h au lundi 10 h	**Middle-Week (MW)** du lundi 15 h au vendredi 10 h	Cottage Comfort Style 4 pers. / 2 ch.		Cottage Premium Style 6 pers. / 3 ch.	
		WE	**MW**	**WE**	**MW**
du 6 au 9/07	du 2 au 6/07	567	590	617	639
du 27 au 30/07	du 23 au 27/07	540	765	591	828
du 10 au 13/08	du 6 au 10/08	572	828	626	891
du 24 au 27/08	du 20 au 27/08	531	765	576	828

Réduction par rapport au prix public :

10 %	15 %	20 %	25 %

- On lit graphiquement que le couple solution est $(x = 2 ; y = 3)$.



- Vérification : $\begin{cases} 4{,}5 \times 2 + 3 = 9 + 3 = 12 \\ 2 - 2 \times 3 = 2 - 6 = -4 \end{cases}$

16 On Considère le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 7x - 2y = 23 \\ x + 5y = 35 \end{cases}$$

a) Vérifier qu'il est équivalent au système suivant :

$$\begin{cases} y = 3{,}5x - 11{,}5 \\ y = -0{,}2x + 7 \end{cases}$$

b) Résoudre graphiquement ce système.

17 On Considère le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} -6x + 4y = 7 \\ 9x - 3y = 1{,}5 \end{cases}$$

a) Vérifier qu'il est équivalent au système suivant :

$$\begin{cases} y = 1{,}5x - 1{,}75 \\ y = 3x - 0{,}5 \end{cases}$$

b) Résoudre graphiquement ce système.

18 On Considère le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 5x + 3y = -21 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

a) Vérifier qu'il est équivalent au système suivant :

$$\begin{cases} y = -\frac{5}{3}x - 7 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

b) Résoudre graphiquement ce système.

19 **a)** À l'aide de la calculatrice, représenter graphiquement les droites d_1, d_2 et d_3 d'équations respectives :

$$(E_1) : y = 3 - 2x$$

$$(E_2) : y = 2x + 1$$

$$(E_3) : y = 5 - 2x$$

b) Résoudre graphiquement les systèmes :

$$\begin{cases} (E_1) \\ (E_2) \end{cases} \quad \begin{cases} (E_2) \\ (E_3) \end{cases} \quad \begin{cases} (E_1) \\ (E_3) \end{cases}$$

20 Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} y = -3x + 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = -x + 20 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 3x - 4y = -2 \end{cases}$

Je fais le point

Choisir la(les) bonne(s) réponse(s) aux questions suivantes :

	a	b	c
1 L'équation $2x - 3y = 5$ a :	une solution	2 solutions	une infinité de solutions
2 Le système $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -x + 4y = 10 \end{cases}$ a pour solution :	$(-2 ; 3)$	$(2 ; 3)$	$(3 ; 2)$
3 Le système $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ est équivalent à :	$\begin{cases} x + 0{,}6y = 0{,}2 \\ x + 0{,}5y = 1{,}5 \end{cases}$	$\begin{cases} 10x - 6y = 2 \\ 10x + 5y = 15 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ -6x - 3y = -9 \end{cases}$
4 Si le système $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ admet 8 comme solution pour x, alors :	$y = 19$	$y = 13$	$y = -13$
5 L'égalité $3x - 2y = 5$ est équivalente à :	$y = 5 - 3x$	$y = 2{,}5 - 1{,}5x$	$y = 1{,}5x - 2{,}5$

À L'ORAL — Je vérifie mes acquis

1 Vérifier la solution d'un système d'équations

Parmi les couples suivants, lequel est solution du système d'équations : $\begin{cases} x - 2y = 9 \\ 5x + y = 12 \end{cases}$.

a) $(-3 ; -3)$ **b)** $(-3 ; 3)$ **c)** $(3 ; -3)$ **d)** $(3 ; 3)$

2 Vérifier la solution d'un système d'équations

a) Vérifier que le couple (5 ; 10) est solution du système $\begin{cases} x + 3y = 35 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$.

b) Ce couple peut-il être solution d'un autre système de deux équations à deux inconnues ?

c) Compléter le système $\begin{cases} x + y = \dots \\ x - y = \dots \end{cases}$ pour qu'il admette le couple (5 ; 10) comme solution.

3 Écrire deux systèmes d'équations équivalents

On considère le système : $\begin{cases} 2x - 9y = 5 & (E_1) \\ 4x + 3y = -7 & (E_2) \end{cases}$.

a) Écrire le système $\begin{cases} (E_1) \\ (E_2) \times 3 \end{cases}$. Que remarque-t-on ?

b) Par quel nombre faudrait-il multiplier chaque membre de la première équation pour obtenir des coefficients de x opposés ?

4 Reconnaître deux systèmes d'équations équivalents

Associer à chaque système de la colonne de gauche, un (ou plusieurs) système(s) de la colonne de droite qui lui est (sont) équivalent(s).

$\begin{cases} 4x + 6y = -3 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$ ○	○ $\begin{cases} -3x + 2y = -11 \\ -2x - 5y = 11 \end{cases}$
	○ $\begin{cases} 4x + 6y = -3 \\ 6x + 4y = 10 \end{cases}$
	○ $\begin{cases} 18x + 12y = 24 \\ 8x + 12y = 44 \end{cases}$
$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 2x + 5y = -11 \end{cases}$ ○	○ $\begin{cases} 15x - 10y = 55 \\ 4x + 10y = -22 \end{cases}$
	○ $\begin{cases} 9x + 6y = 12 \\ -4x - 6y = -22 \end{cases}$
	○ $\begin{cases} -6x - 4y = -22 \\ 4x + 10y = -22 \end{cases}$
$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$ ○	○ $\begin{cases} 4x + 6y = -3 \\ -9x - 6y = -30 \end{cases}$

5 Résoudre par le calcul un système

On veut résoudre par le calcul le système :
$$\begin{cases} 3x - y = -3 \\ 5x + 4y = 66 \end{cases}.$$

a) Quelle inconnue choisirait-on d'éliminer en premier ? Pourquoi ?

b) Par quel nombre devrait-on multiplier la première équation pour éliminer l'inconnue désignée en **a)** ?
Écrire le système d'équations équivalent.

6 Résoudre par le calcul un système

On veut résoudre par le calcul le système :
$$\begin{cases} 2x - 3y = -7 \\ 4x + 5y = 41 \end{cases}.$$

a) Par quel nombre devrait-on multiplier chaque équation pour éliminer l'inconnue x ?
Écrire le système d'équations équivalent.

b) Par quel nombre devrait-on multiplier chaque équation pour éliminer l'inconnue y ?
Écrire le système d'équations équivalent.

7 Résoudre par le calcul un système

Dans le système donné dans l'exercice 6, on connaît une des deux inconnues : $y = 5$.

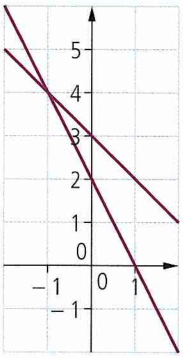
Déterminer la valeur de l'autre inconnue, x, en utilisant une des deux équations du système.

8 Résoudre graphiquement un système

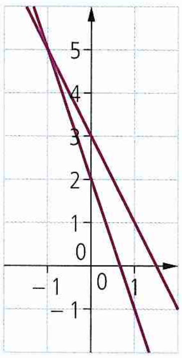
Pour chaque système donné :
– donner les 2 équations de droite associées ;
– choisir parmi les trois graphiques proposés celui qui lui correspond et en déduire les valeurs du couple solution.

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + y = 3 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

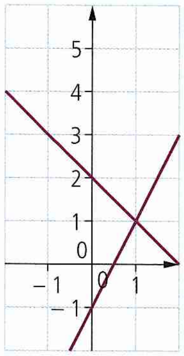
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



3 Résoudre par le calcul un système de deux équations à deux inconnues

MÉTHODE

Pour résoudre par le calcul un système de deux équations à deux inconnues :

- Dans chaque équation du système, identifier **les coefficients de chaque inconnue**.
- Choisir **l'inconnue à éliminer**.
- **Multiplier chaque terme** de chaque équation par le facteur nécessaire à obtenir des coefficients opposés.
- **Additionner** membre à membre les deux équations.
- **Résoudre** l'équation à une inconnue obtenue.
- **Remplacer** l'inconnue par la valeur trouvée dans la 1re ou la 2nde équation pour en déduire la valeur de l'autre inconnue.
- **Conclure** en donnant le **couple (x, y)** solution du système.

4 Choisir la méthode de résolution la plus adaptée

Le choix dépend du contexte du problème posé, mais on peut dire que :

- dans tous les cas, la **méthode par le calcul** donne les **valeurs exactes** du couple solution,
- **graphiquement**, on n'obtient souvent que des **valeurs approchées**.

L'essentiel

1 Système de deux équations à deux inconnues

Équation du 1er degré à deux inconnues

Une équation du 1er degré à deux inconnues x et y se présente sous la forme $ax + by = c$ où a, b et c sont des nombres connus.

Tous **les couples (x , y)** pour lesquels l'égalité $ax + by = c$ est vraie sont **des solutions**.

Toute égalité $ax + by = c$ peut être transformée pour obtenir l'équation d'une droite D sous la forme $y = mx + p$.

Tout couple (x ; y) correspondant à **un point situé sur la droite D est solution** de l'équation.

Système de deux équations du 1er degré à deux inconnues

Un système de deux équations à deux inconnues se présente sous la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$ où a, b, c, a', b' et c' sont des nombres connus.

Résoudre un système de deux équations à deux inconnues, c'est trouver **les couples (x ; y)** qui sont **solutions des deux équations**.

2 Résoudre graphiquement un système de deux équations à deux inconnues

MÉTHODE

Pour résoudre graphiquement un système de deux équations à deux inconnues :

- **Écrire** chaque équation du système sous la forme **d'une équation de droite $y = mx + p$**.
- **Représenter les deux droites** correspondantes dans un même repère.
- **Conclure** selon que les droites tracées :

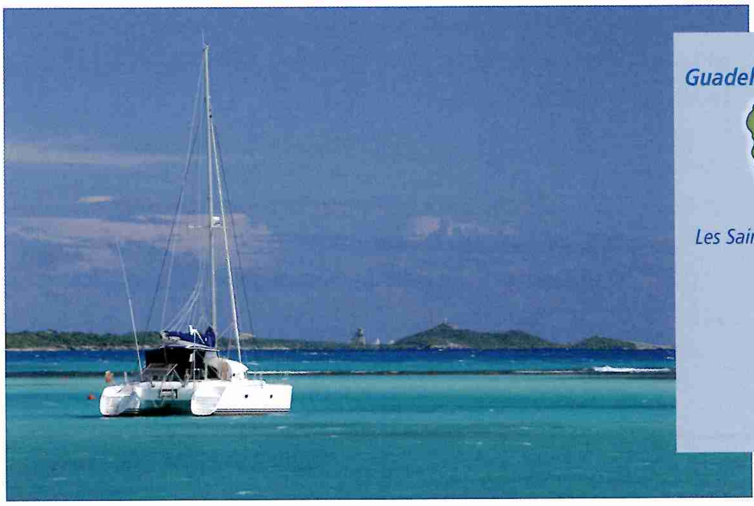
sont **concourantes**.	sont **parallèles**.	sont **confondues**.
Le système admet comme solution unique le couple **(x, y), coordonnées du point d'intersection** des deux droites.	Le système n'admet **pas de solution**.	Tous les couples **(x, y), coordonnées des points de la droite** sont solution du système.

ACTIVITÉ 3

▸ Résoudre par le calcul un système d'équations

DÉMARCHE S'APPUYANT SUR LES TIC

Comment Arnaud et Yanis peuvent-ils financer leur rêve d'une croisière autour de la Guadeloupe ?



Le prochain été, deux amis, Arnaud et Yanis ont pour projet de faire une croisière en catamaran.
Ils ont repéré un parcours d'une semaine en Guadeloupe au prix de 1 218 € par personne, soit un budget de 2 436 €.
Pour financer ce voyage, ils décident de travailler dans un fast-food. On leur propose deux contrats de 7 h/jour : pour Arnaud, avec un taux horaire net de 7,26 € et pour Yanis, un taux horaire net de 9,66 €.

Première partie : Comment étudier le budget à l'aide d'un tableur ?

1 Les deux amis souhaitent travailler au total 20 jours chacun. Leurs deux salaires couvriront-ils le budget total nécessaire ?

2 Ils décident d'utiliser un tableur pour étudier comment réunir le budget nécessaire au voyage en faisant travailler plus longtemps celui qui aura le contrat le plus intéressant.
a) Ils construisent la feuille ci-dessous (voir le fichier **budget.ods**).

	A	B	C	D	E
1	Nombre de jours travaillés		Salaire individuel en €		Salaire total en €
2	Arnaud	Yanis	Arnaud	Yanis	
3	20				
4	19				
5	18				
6	17				
7	16				
8	15				

• Taper **=40-A3** dans la cellule B3 pour calculer le nombre de jours travaillés par Yanis s'ils travaillent, à deux, 40 jours au total.
• Taper dans les cellules C3 et D3 les deux formules calculant les salaires d'Arnaud et Yanis.
• Taper **=C3+D3** dans la cellule E3 pour calculer le salaire total obtenu par les deux amis.
b) Par un glisser-copier, compléter le tableau pour chaque colonne.

ACTIVITÉ 1

- Résoudre graphiquement un système d'équations

DÉMARCHE GUIDÉE

Comment comparer les tarifs des deux constructeurs de voitures électriques ?

Les constructeurs Citroën et Mercedes-Benz sont en concurrence sur le marché de la vente de voitures électriques citadines.

Voici les prix qu'ils proposent pour leurs modèles respectifs.

	C-ZERO	SMART ED
Prix d'achat	16 300 € (*)	18 910 € (*)
Location de batterie	110 €/mois (**)	65 €/mois

(*) Bonus gouvernemental déjà déduit.
(**) Avec un engagement de 36 mois et 15 000 km parcourus maximum.

1 À première vue, quel constructeur semble le plus compétitif ? Pourquoi ?

2 **a)** Calculer le coût de revient de chaque modèle pour une utilisation pendant 6 ans.
b) Le constructeur le plus compétitif est-il celui choisi en **1** ?

3 On désigne par x le nombre d'années d'utilisation d'un véhicule et y son coût de revient total (en €).
a) Expliquer pourquoi, pour calculer le coût de revient total de la C-zéro en fonction du nombre d'années d'utilisation, on applique la relation :

$$y = 16\,300 + 1\,320x.$$

b) Cette égalité est une équation de la droite D_1.
Pour la représenter à l'aide de la calculatrice, suivre les instructions ci-dessous :

Avec une Ti 82 Stats.fr

- Taper **fenêtre** pour entrer les paramètres suivants :

```
FENETRE
 Xmin=0
 Xmax=10
 Xgrad=2
 Ymin=16000
 Ymax=28000
 Ygrad=5000
 Xrés=1
```

- Taper ***f(x)*** pour entrer la relation définissant le coût de revient.
- Taper **graphe** pour faire apparaître la représentation graphique de la droite D_1.

Avec une Casio Graph 35+

- Taper **SHIFT** **F3** pour entrer les paramètres suivants :

```
View Window
Xmin  :0
 max  :10
 scale:2
Ymin  :16000
 max  :28000
 scale:5000
INIT TRIG STD STO RCL
```

- Sélectionner le menu (GRAPH), entrer la relation définissant le coût de revient.
- Taper **F6** pour faire apparaître la représentation graphique de la droite D_1.