CHAPITRE 9

# Trigonométrie

Au bord des océans, la hauteur de l'eau monte et descend en fonction de la marée.

**Comment modéliser la variation de la hauteur des marées ?**

Voir ACTIVITÉ 3

## JE VAIS ÊTRE CAPABLE DE

- Établir un lien entre le vecteur de Fresnel d'une tension ou d'une intensité sinusoïdale et la courbe représentative de la fonction $f : t \mapsto a \sin(\omega t + \varphi)$.
- Placer sur le cercle trigonométrique, les points « images » des réels $-x$, $\pi - x$, $\frac{\pi}{2} - x$ et $\pi + x$ connaissant l'angle $x$.
- Utiliser le cercle trigonométrique pour écrire les cosinus et les sinus des réels $-x$, $\pi - x$, $\frac{\pi}{2} - x$, $x + \frac{\pi}{2}$, $\pi + x$ en fonction du cosinus et sinus du réel $x$.
- Mettre en œuvre les formules exprimant $\cos(a + b)$ et $\sin(a - b)$ en fonction de $\cos a$, $\sin a$, $\cos b$ et $\sin b$.
- Résoudre les équations $\cos x = a$, $\sin x = b$ et $\sin(\omega t + \varphi) = c$.
- Utiliser les TIC pour estimer la (les ) solution(s), dans un intervalle donné, de l'équation $f(x) = \lambda$, et $f(x) = \cos x$ ou $f(x) = \sin x$ et de l'équation $\sin(\omega t + \varphi) = c$.

# Activités

**ACTIVITÉ 1**

> Représenter graphiquement la fonction cosinus

**Démarche d'investigation**

## Comment construire la courbe représentative de la fonction $x \mapsto \sin x$ à partir de celle de la fonction $x \mapsto \cos x$ ?

Les tableaux suivants donnent les valeurs du cosinus et du sinus des angles de référence.

| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{5\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\cos x$ | 1 | 0,97 | 0,87 | 0,71 | 0,5 | 0,26 | 0 |
| $\sin x$ | 0 | 0,26 | 0,5 | 0,71 | 0,87 | 0,97 | 1 |

| $x$ | $\frac{7\pi}{12}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\frac{11\pi}{12}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\cos x$ | −0,26 | −0,5 | −0,71 | −0,87 | −0,97 | −1 |
| $\sin x$ | 0,97 | 0,87 | 0,71 | 0,5 | 0,26 | 0 |

Le fichier **sinus.ggb** donne la représentation graphique de la fonction $x \mapsto \sin x$.
Comment construire la courbe représentative de la fonction $x \mapsto \cos x$ à partir de celle de la fonction $x \mapsto \sin x$ ?

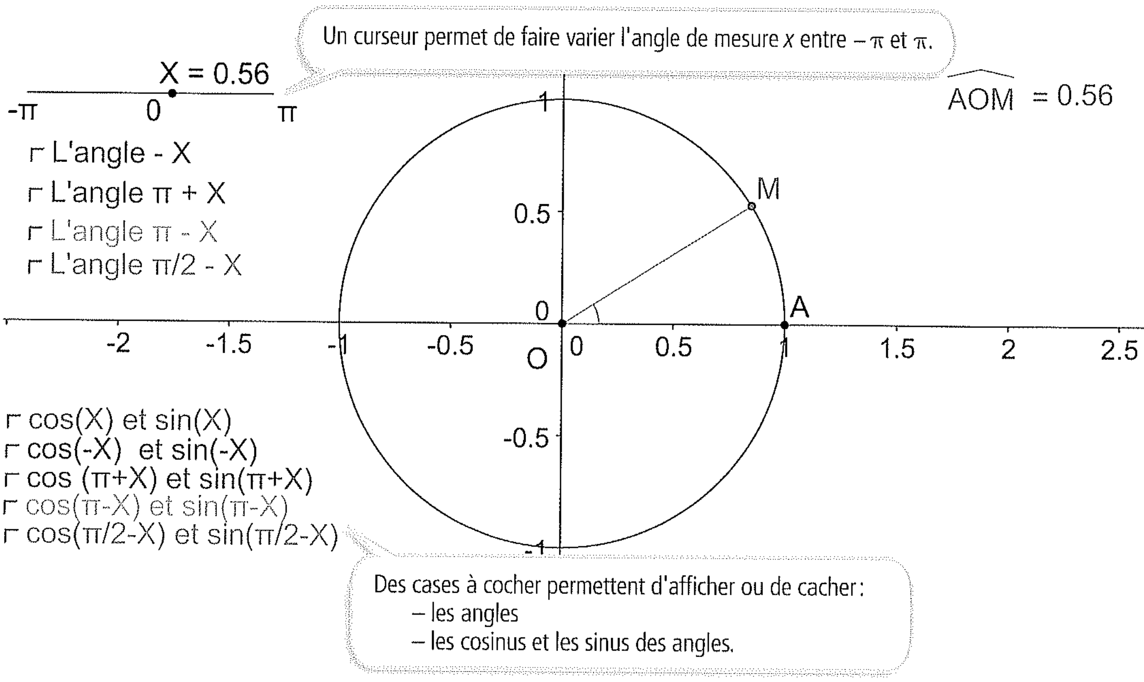
**ACTIVITÉ 2**

> Écrire les angles, cosinus, sinus des angles associés en fonction de l'angle $x$

**Démarche guidée**

## Quelles relations peut-on écrire entre un angle $x$ et les angles $-x$, $\pi + x$, $\pi - x$ et $\frac{\pi}{2} - x$ ?

Ouvrir le fichier **Angle_x.ggb**. L'écran suivant apparaît.




**1** a) Cocher la case « L'angle $-x$ ».

b) Faire varier la valeur de la mesure $x$ de l'angle. Observer.

c) Quelle transformation géométrique permet de construire le point image de l'angle de mesure $-x$ lorsque le point image de l'angle de mesure $x$ est donné ?

d) Décocher la case « L'angle $-x$ ».

e) Lorsque le point image de l'angle de mesure $x$ est donné, écrire, dans chaque cas, la transformation géométrique qui permet de construire le point image.

- Angle de mesure $\pi + x$.
- Angle de mesure $\pi - x$.
- Angle de mesure $\dfrac{\pi}{2} - x$.

**2** a) Cocher la case « $\cos x$ et $\sin x$ ».

b) Cocher les cases « L'angle $-x$ » et « $\cos(-x)$ et $\sin(-x)$ ».
Faire varier la valeur de l'angle de mesure $x$. Observer.
Quelle relation existe-t-il entre $\cos x$ et $\cos(-x)$ ? Entre $\sin x$ et $\sin(-x)$ ?

c) Décocher les cases « L'angle $-x$ » et « $\cos(-x)$ et $\sin(-x)$ ».

d) En utilisant les autres cases à cocher, écrire la relation entre :

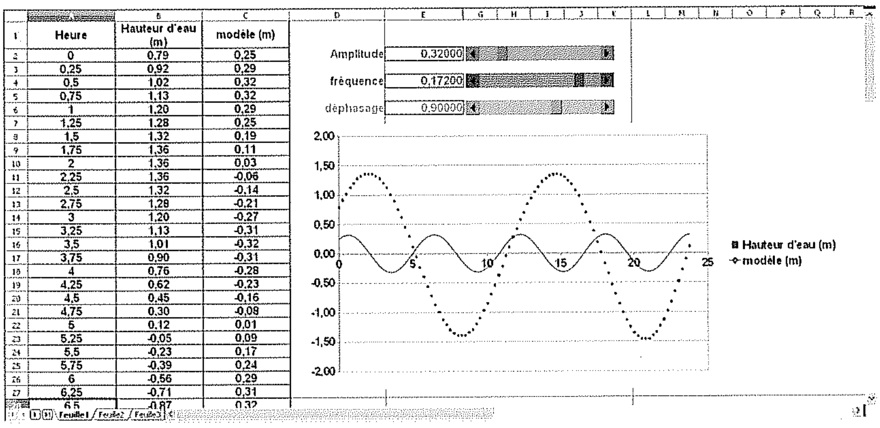
- $\cos x$ et $\cos(\pi + x)$.
- $\sin x$ et $\sin(\pi + x)$.
- $\cos x$ et $\cos(\pi - x)$.
- $\sin x$ et $\sin(\pi - x)$.
- $\cos x$ et $\cos(\dfrac{\pi}{2} - x)$.
- $\sin x$ et $\sin(\dfrac{\pi}{2} - x)$.

## ACTIVITÉ 3 Comment modéliser la hauteur de l'eau lors des marées ?

> Écrire les angles, cosinus, sinus des angles associés en fonction de l'angle $x$

**Démarche s'appuyant sur les TIC**

Le fichier **Oceans.ods** regroupe les hauteurs d'eau mesurées le 1er janvier dans un port.
Les mesures ont été faites toutes les 15 minutes pendant 24 heures.
La référence 0 m correspond à une marque sur un des piliers du port.



| | Heure | Hauteur d'eau (m) | modèle (m) |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 0,79 | 0,25 |
| 3 | 0,25 | 0,92 | 0,29 |
| 4 | 0,5 | 1,02 | 0,32 |
| 5 | 0,75 | 1,13 | 0,32 |
| 6 | 1 | 1,20 | 0,29 |
| 7 | 1,25 | 1,28 | 0,25 |
| 8 | 1,5 | 1,32 | 0,19 |
| 9 | 1,75 | 1,36 | 0,11 |
| 10 | 2 | 1,36 | 0,03 |
| 11 | 2,25 | 1,36 | -0,06 |
| 12 | 2,5 | 1,32 | -0,14 |
| 13 | 2,75 | 1,28 | -0,21 |
| 14 | 3 | 1,20 | -0,27 |
| 15 | 3,25 | 1,13 | -0,31 |
| 16 | 3,5 | 1,01 | -0,32 |
| 17 | 3,75 | 0,90 | -0,31 |
| 18 | 4 | 0,76 | -0,28 |
| 19 | 4,25 | 0,62 | -0,23 |
| 20 | 4,5 | 0,45 | -0,16 |
| 21 | 4,75 | 0,30 | -0,09 |
| 22 | 5 | 0,12 | 0,01 |
| 23 | 5,25 | -0,05 | 0,09 |
| 24 | 5,5 | -0,23 | 0,17 |
| 25 | 5,75 | -0,39 | 0,24 |
| 26 | 6 | -0,56 | 0,29 |
| 27 | 6,25 | -0,71 | 0,31 |
| | 6,5 | -0,87 | 0,32 |



On admet que la fonction qui modélise ces variations s'écrit : $f(x) = A\sin(2\pi f x + \varphi)$ où $A$ est l'amplitude, $f$ la fréquence et $\varphi$ le déphasage à $t = 0$ h.

**1** a) À l'aide du curseur « amplitude », chercher la valeur de $A$ pour laquelle les deux sinusoïdes passent par les mêmes extremums.

b) À l'aide du curseur « fréquence », chercher la valeur de $f$ pour laquelle les deux sinusoïdes ont le même nombre d'alternances.

c) À l'aide du curseur « déphasage » chercher la valeur de $\varphi$ pour laquelle les deux sinusoïdes ont les mêmes valeurs à $t = 0$ h. (Ajuster si nécessaire les autres curseurs.)

**2** Déduire des résultats précédents l'expression de la fonction $f(x)$ qui modélise le mieux la hauteur d'eau en fonction du temps.