

# Fluctuations d'une fréquence



L'ONUSIDA, publie chaque année un rapport sur la situation du sida dans le monde.

On estime par exemple qu'en 2008, 24 % d'adultes du Botswana étaient atteints du virus. Lors d'un dépistage dans un village, on a dénombré 18 personnes atteintes du virus sur un échantillon de 50 personnes.

**Comment savoir si la situation s'aggrave ?**

Voir **ACTIVITÉ 2**

## JE VAIS ÊTRE CAPABLE DE

- Expérimenter la prise d'échantillons aléatoires de taille  $n$  fixée.
- Calculer la moyenne de la série des fréquences des échantillons de même taille  $n$ .
- Comparer la fréquence  $p$  de la population et la moyenne de la série des fréquences lorsque  $p$  est connue.

- Calculer le pourcentage des échantillons de taille  $n$  pour lesquels la fréquence relative appartient à l'intervalle

$$\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

- et comparer à une probabilité de 0,95.

## ACTIVITÉ 1

Expérimen-  
ter la prise  
d'échantillon  
aléatoire

Démarche  
d'investigation



### Peut-on prévoir ses chances de gagner à un jeu ?

Pour les fêtes de Noël, un centre commercial organise des animations pour les enfants.

À un stand, les enfants doivent lancer un gros dé à six faces (non truqué). S'il s'arrête sur la face « 3 », ils gagnent une figurine d'un personnage de bande dessinée.

En observant les lancers de 40 enfants (reproduits ci-dessous) un père s'exclame « Ce jeu est truqué, le 3 apparaît bien moins souvent que les autres numéros ! »



|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 2 | 4 | 6 | 1 | 1 | 3 | 1 | 5 | 5 | 2 | 1 | 4 | 4 | 4 | 1 | 1 | 2 | 6 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 1 | 5 | 6 | 4 | 1 | 6 | 6 | 2 | 2 | 6 | 1 | 4 | 5 | 4 | 1 | 3 |

Comment convaincre ce père qu'il a tort ?

Demandez des indices au professeur.

## ACTIVITÉ 2

Expérimen-  
ter, à l'aide  
d'une simula-  
tion informa-  
tique, la prise  
d'échantillons  
aléatoires

Démarche  
guidée



### Comment savoir si la situation s'aggrave au Botswana ?

Au Botswana, environ 24 % d'adultes sont atteints du virus du sida, c'est-à-dire une fréquence de 0,24.

1 Pour étudier le problème posé en page d'accueil du chapitre, on va utiliser une simulation réalisée à l'aide d'un tableur.

a) Ouvrir le fichier **sida.xls**.

■ Dans la zone de cellules **B6:B55**, on a répété 50 fois le tirage aléatoire des chiffres 0 ou 1 (le chiffre 1, associé à un test positif, apparaît avec une fréquence égale à 0,24). Cela simule un dépistage réalisé sur 50 personnes.

■ Dans la cellule **B57**, on a tapé la formule :

=SOMME(B6:B55)/50

■ Par glisser-coller, on a répété les instructions précédentes dans les colonnes **C** à **CW**.

On a ainsi créé 100 échantillons de taille 50.

b) Que permet de calculer la formule tapée en **B57** ?

c) Est-ce normal de ne pas toujours obtenir la fréquence 0,24 dans la ligne 57 ?

**2 a)** Dans la situation étudiée la fréquence  $p$  connue est égale à 0,24 et la taille de chaque échantillon  $n$  est égale à 50.

Avec ces deux valeurs, calculer l'intervalle de fluctuation en appliquant la formule :

$$\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

**b)** Sur la ligne 62 de la feuille de calcul, on a calculé le pourcentage des 100 échantillons simulés pour lesquels la fréquence d'apparition du 1 appartient à l'intervalle de fluctuation  $[0,1 ; 0,38]$ .

Noter dans le tableau suivant le pourcentage obtenu pour 10 simulations différentes. (La touche F9 permet de relancer une simulation.)

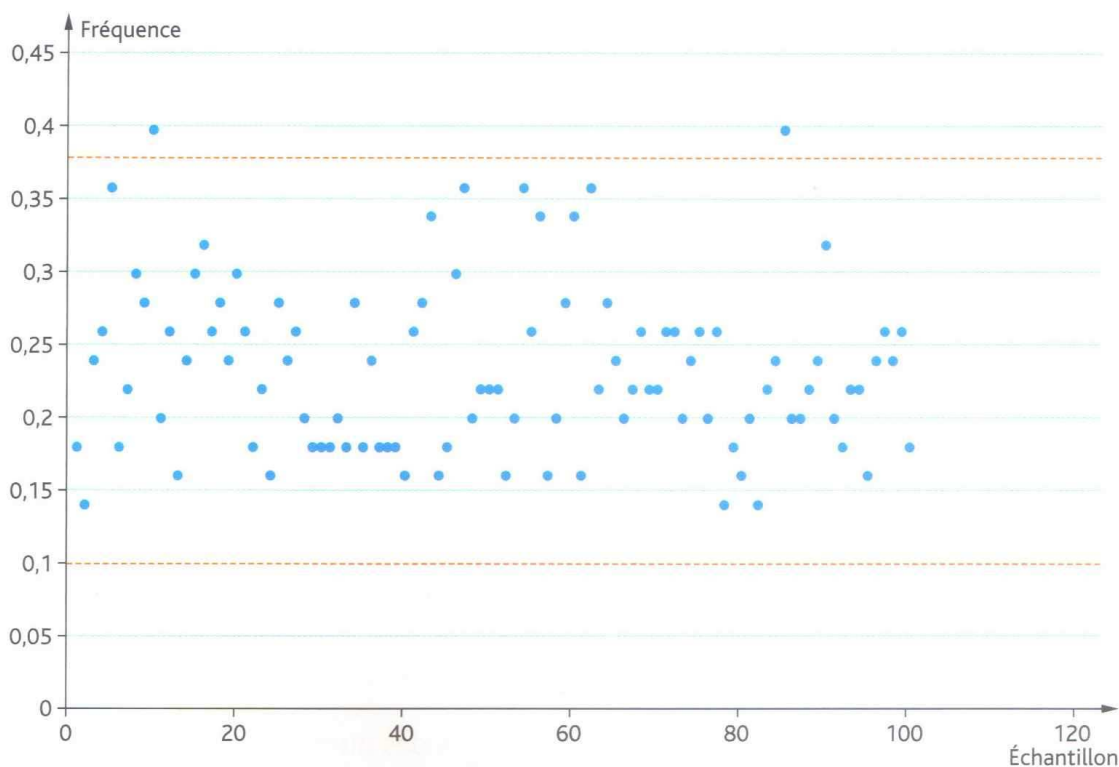
| Simulation  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Pourcentage |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

Quelle remarque peut-on faire ?

**3** Dans la feuille de calcul, ouvrir l'onglet « Graphique ».

C'est le graphique (de type « Nuage de points ») des fréquences d'apparition du 1 en fonction des échantillons.

Exemple de graphique qu'on peut observer :



Les deux droites rouges positionnent l'intervalle de fluctuation  $[0,1 ; 0,38]$ .

Que dire d'un échantillon pour lequel la fréquence d'apparition du 1 est 0,36 ?

**4** Si lors d'un test de dépistage de 50 personnes, on constate que 18 personnes sont atteintes du sida, peut-on conclure que la situation s'aggrave au Botswana ?

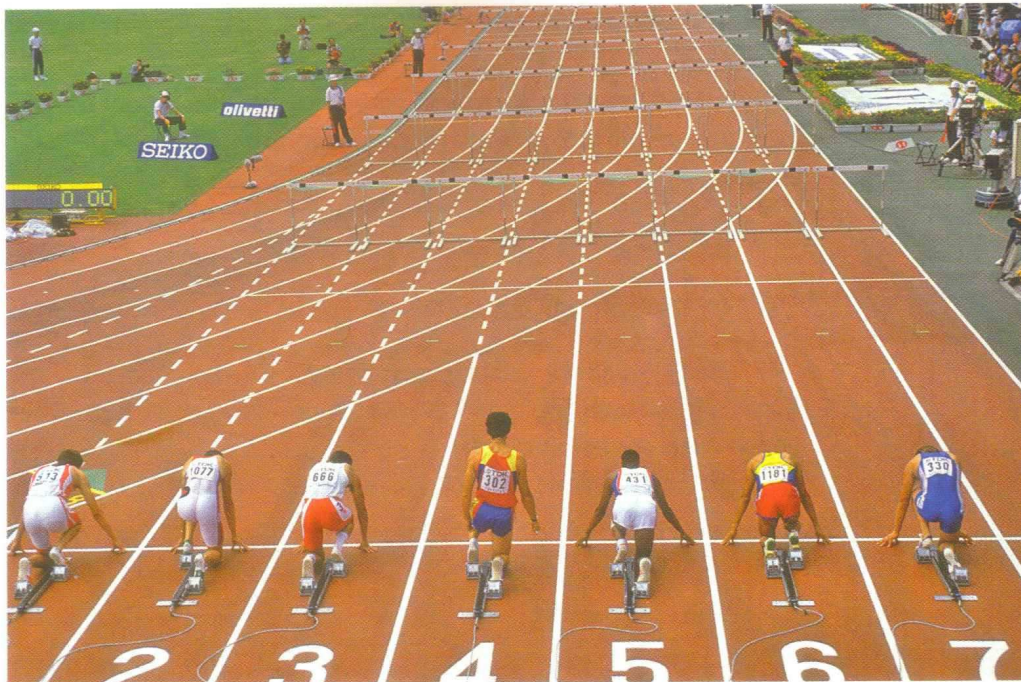
## ACTIVITÉ 3

Expérimen-  
ter, à l'aide  
d'une simula-  
tion informa-  
tique, la prise  
d'échantillons  
aléatoires

Démarche  
s'appuyant sur  
les TIC

### Quelles sont les chances, pour un coureur, de disputer deux courses dans le même couloir ?

Pour chaque course d'athlétisme, les coureurs tirent au sort leur couloir. Lors d'une compétition, Alex participe à deux courses de 110 m haies et souhaite obtenir le couloir 5.



Pour déterminer les chances que son souhait soit satisfait, on va réaliser l'expérience aléatoire suivante : « Générer, successivement, deux fois un nombre aléatoire compris entre 1 et 8, 1 et 8 compris. »

1 a) Ouvrir le fichier **athle.xls**.

b) Dans les cellules **A1** à **A500** écrire les nombres de 1 à 500. Ils représenteront les 500 expériences aléatoires simulées.

c) Dans la cellule **B1**, taper la formule :

`=ENT(8*ALEA()+1)`

pour générer un nombre aléatoire compris entre 1 et 8 (1 et 8 compris).

Glisser-coller dans la cellule **C1**.

On obtient deux tirages aléatoires des numéros de couloirs.

d) Pour s'intéresser au souhait d'Alex, (obtenir le tirage (5-5)), taper dans la cellule **D1** la formule :

`=SI((ET(B1=5;C1=5));VRAI;FAUX)`

Que signifie cette instruction ?

e) Pour déterminer l'effectif cumulé du nombre de « VRAI », taper dans la cellule **E1** la formule :

`=NB.SI($D$1:D1;"VRAI")`

f) Pour calculer la fréquence d'apparition du couple (5-5), taper dans la cellule **F1** la formule :

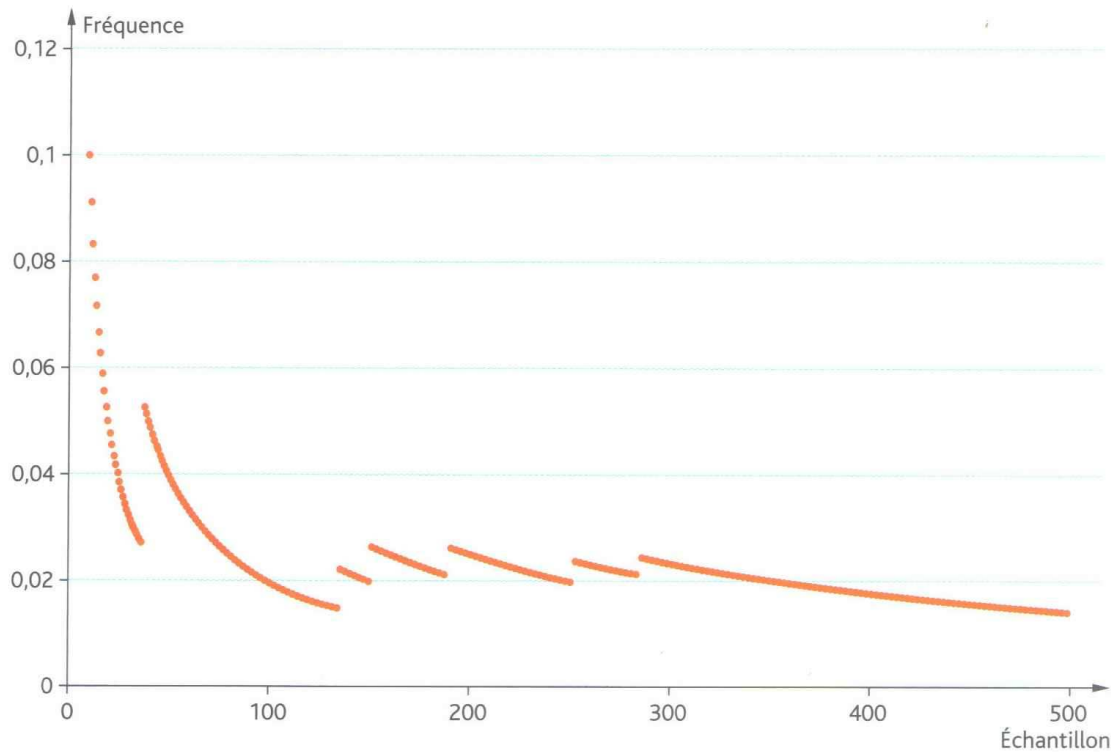
`=E1/A1`

g) Sélectionner les cellules B1 à F1.

Glisser-coller jusqu'à la ligne 500 pour simuler 500 fois le tirage au sort des deux couloirs et calculer la fréquence d'obtenir le couple (5-5).

2 a) Activer l'onglet « Graphique » pour faire apparaître le « Nuage de points » représentant la fréquence d'apparition du couple (5-5) en fonction du nombre d'expériences aléatoires réalisées.

b) Le graphique ci-dessous est un exemple de graphique qu'on peut obtenir.



À partir du graphique, peut-on déterminer les chances d'Alex de courir les 2 courses dans le même couloir ?

3 a) Relancer la simulation dix fois à l'aide de la touche F9.

Dans le tableau suivant, noter à chaque fois la fréquence obtenue pour 500 tirages au sort.

| Simulations               | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Fréquence du couple (5-5) |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

b) Calculer la moyenne des 10 fréquences trouvées dans la question précédente.

Qu'en conclure quant aux chances d'Alex de faire les deux courses dans le couloir 5 ?